ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	01 / 11 / 2025

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΜΕΡΟΣ Α': ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

Α. α) Σελ 33 (σχολ.) π.χ. $P(x) = 2x^3 + 3$ και $Q(x) = 3 + 2x^3$.

β) Σελ 33 (σχολ.).

γ) Σελ 26 (σχολ.).

Β. (i) Λ **(ii)** Λ **(iii)** Σ **(iv)** Λ **(v)** Σ

ΘΕΜΑ 2

Α. α) Σελ 188 -189 (σχολ.)

β) Σελ 187 (σχολ.)

γ) Σελ 186 (σχολ.)

Β. (i) Λ **(ii)** Λ **(iii)** Σ **(iv)** Σ **(v)** Σ

ΜΕΡΟΣ Β': ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

Α. i) $\sqrt{27}+2\sqrt{12}-5\sqrt{3}=\sqrt{9\cdot 3}+2\sqrt{4\cdot 3}-5\sqrt{3}=3\sqrt{3}+2\cdot 2\sqrt{3}-5\sqrt{3}=$

$=3\sqrt{3}+4\sqrt{3}-5\sqrt{3}=(3+4-5)\sqrt{3}=2\sqrt{3}$.

ii) $\sqrt{2+\sqrt{5+\sqrt{16}}}+\sqrt{20}-\sqrt{45}=\sqrt{2+\sqrt{5+4}}+\sqrt{4\cdot 5}-\sqrt{9\cdot 5}=$

$=\sqrt{2+\sqrt{9}}+\sqrt{4}\sqrt{5}-\sqrt{9}\sqrt{5}=\sqrt{2+3}+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=0$.

Β. Εφόσον οι αριθμοί x και y είναι αντίστροφοι, τότε $x\cdot y=1$. Συνεπώς:

i) $\left(5x^2y-3x^2y+4x^2y\right)\cdot 3xy^2=\left[\left(5-3+4\right)x^2y\right]\cdot 3xy^2=6x^2y\cdot 3xy^2=18x^3y^3=18\left(xy\right)^3=$

$=18\cdot 1^3=18$

ii) $\left(-\frac{1}{2}xy^2\right)^3\cdot\left(-32x^4y\right)=\left(-\frac{1}{2}\right)^3x^3y^6\cdot\left(-32x^4y\right)=\left(-\frac{1}{8}\right)x^3y^6\cdot\left(-32x^4y\right)=$

$=\left(-\frac{1}{8}\cdot(-32)\right)x^{3+4}y^{6+1}=\frac{32}{8}x^7y^7=4\left(xy\right)^7=4\cdot 1^4=4$.

ΘΕΜΑ 2

Α. Έχουμε $\mathrm{P(x)} = (\alpha - 1)\mathrm{x}^2 + \beta\mathrm{x} + \gamma + 3$.

i) Για να είναι το $\mathrm{P(x)}$ το μηδενικό πολυώνυμο, θα πρέπει $\alpha - 1 = 0$, άρα $\alpha = 1$, $\beta = 0$ και $\gamma + 3 = 0$, άρα $\gamma = -3$. Οπότε $\alpha = 1$, $\beta = 0$ και $\gamma = -3$.

ii) Για να είναι το $\mathrm{P(x)}$ ίσο με το $\mathrm{Q(x)} = \mathrm{x}^2 + 5$, δηλαδή για να έχουν ως όρους ίσα μονώνυμα, θα πρέπει $\alpha - 1 = 1$, άρα $\alpha = 2$, $\beta = 0$ και $\gamma + 3 = 5$, άρα $\gamma = 2$.
Οπότε $\alpha = 2$, $\beta = 0$ και $\gamma = 2$.

Β. Έχουμε $\mathrm{K(x)} = (\lambda + 4)\mathrm{x}^2 + \lambda\mathrm{x} + 3$.

i) Είναι $K(1) = (\lambda + 4)\, 1^2 + \lambda \cdot 1 + 3$ και $K(0) = (\lambda + 4)\, 0^2 + 3 \cdot 0 + 3$

$K(1) = 1 \cdot (\lambda + 4) + \lambda + 3$ $\quad$ $K(0) = 3$

$K(1) = \lambda + 4 + \lambda + 3$

$K(1) = 2\lambda + 7$

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι: $K(1) = K(0)$, δηλαδή $2\lambda + 7 = 3$, άρα $2\lambda = -4$, οπότε $\lambda = -2$.

ii) Αν $\lambda = -2$, τότε $K(x) = 2x^2 - 2x + 3$. Οπότε:

$K(1) = 2 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 3 = 2 - 2 + 3 = 3$

$K(K(1)) = K(3) = 2 \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 + 3 = 2 \cdot 9 - 6 + 3 = 18 - 6 + 3 = 15$

$\mathrm{K}\left(\sqrt{2}\right) = 2\left(\sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{2} + 3 = 2 \cdot 2 - 2\sqrt{2} + 3 = 4 - 2\sqrt{2} + 3 = 7 - 2\sqrt{2}$.

ΘΕΜΑ 3

i) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΕΒΔ και ΕΓΔ , τα οποία έχουν:

- ΕΔ (κοινή πλευρά)
- $\widehat{\Delta}_1 = \widehat{\Delta}_2 = 90^0$
- $\mathrm{B\Delta} = \Delta\Gamma$ (ΑΔ ύψος άρα και διάμεσος, αφού ΑΒΓ Ισοσκελές)

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα, έτσι θα έχουν και τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα και ΕΒ = ΕΓ.

ii) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΒΕ , ΑΓΕ , τα οποία έχουν:

- ΑΒ = ΑΓ (ΑΒΓ Ισοσκελές)
- ΑΕ (Κοινή πλευρά)
- ΕΒ = ΕΓ (Από ερώτημα (i))

Από Π-Π-Π τρίγωνα ίσα άρα και τα αντίστοιχα στοιχεία τους ίσα , έτσι $\widehat{\mathrm{ABE}} = \widehat{\mathrm{A\Gamma E}}$.